

MODELACIÓN DE PÉRDIDAS POR TERREMOTO CON FINES DE PROTECCIÓN FINANCIERA

Omar D. CARDONA¹, Mario ORDAZ², Santiago ARÁMBULA³, Luis E. YAMIN⁴, Olivier MAHUL⁵, Francis GHESQUIERE⁶ y Mabel C. MARULANDA⁷

RESUMEN

Una apropiada evaluación de las pérdidas probables y de los costos de reconstrucción a causa de terremotos puede llegar a ser un potente incentivo para que los países exploren opciones e instrumentos de planificación que les permita afrontar el riesgo. De una buena modelación y un lenguaje apropiado depende que se asignen recursos presupuestales sostenibles para reducir los daños potenciales y para garantizar el adecuado desarrollo económico y social. En el marco del Programa de Reducción de la Vulnerabilidad Fiscal en Colombia, apoyado por el Banco Mundial, y del Plan de Acción del Banco Interamericano de Desarrollo para mejorar la Gestión del Riesgo en las Américas, se ha desarrollado un modelo específico de riesgo catastrófico para evaluar, edificio por edificio, las pérdidas probables y las primas puras de diferentes portafolios, teniendo en cuenta la microzonificación sísmica de las ciudades. Este modelo ha sido utilizado para evaluar los pasivos contingentes del gobierno y para construir una estructura óptima para la transferencia y la retención del riesgo, considerando créditos contingentes, fondos de reserva, aseguramiento/reaseguramiento y bonos de catástrofe. Adicionalmente, se ha implantado un esquema de aseguramiento innovador para cubrir las edificaciones privadas, incluyendo todos los propietarios de bajos ingresos mediante el uso de subsidios cruzados. Finalmente, el modelo permite la evaluación de una curva de probabilidad de excedencia de la relación beneficio-costos, proporcionando una herramienta innovadora para los tomadores de decisiones, que les permite analizar los beneficios netos de las estrategias de mitigación del riesgo como el refuerzo sísmico y el cumplimiento de la aplicación de las normas sismorresistentes. Este artículo describe el modelo y las herramientas derivadas mencionadas previamente, utilizando los resultados de los escenarios de pérdidas y las estrategias implementadas en las ciudades de Bogotá y Manizales en Colombia.

1. MODELO PROBABILÍSTICO DE RIESGO SÍSMICO

La frecuencia de eventos sísmicos catastróficos es particularmente baja y por lo tanto la disponibilidad de datos históricos es limitada. Considerando la posibilidad de futuros

¹ Profesor e Investigador, Instituto de Estudios Ambientales (IDEA), Universidad Nacional de Colombia, Manizales, odcardona@unal.edu.co

² Profesor e Investigador, Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), Ciudad Universitaria, México DF, mors@pumas.iingen.unam.mx

³ Ingeniero Investigador, Centro de Estudios sobre Desastres y Riesgos (CEDERI), Universidad de Los Andes, Bogotá, D.C., Colombia, sarambul@uniandes.edu.co

⁴ Director, Centro de Estudios sobre Desastres y Riesgos (CEDERI), Universidad de Los Andes, Bogotá, D.C., Colombia, lyamin@uniandes.edu.co

⁵ Especialista Aseguramiento, Banco Mundial, Washington D.C, USA, ornahul@worldbank.org

⁶ Especialista Urbano, Banco Mundial, Washington D.C., USA, fghesquiere@worldbank.org

⁷ Asistente de Investigación, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona. mmarulan@upc.edu

eventos altamente destructivos, la estimación del riesgo se debe enfocar en modelos probabilistas que puedan utilizar la limitada información disponible para predecir, de la mejor manera, futuros escenarios y para considerar la alta incertidumbre involucrada en el análisis. Por lo tanto, la estimación del riesgo debe ser prospectiva, anticipando eventos científicamente creíbles que podrían ocurrir en el futuro. Fundamentos sismológicos y de ingeniería son necesarios para desarrollar modelos de predicción sísmica que permitan evaluar el riesgo de que se presenten pérdidas como resultado de un evento catastrófico. Dado que existen grandes incertidumbres inherentes en los modelos, relacionadas con las características de severidad y frecuencia de los eventos, y por lo tanto en las pérdidas causadas como consecuencia de estos eventos, el modelo de riesgo sísmico debe estar basado en formulaciones probabilistas que incorporen estas incertidumbres en la evaluación del riesgo.

El modelo probabilista del riesgo que aquí se describe ha sido construido con base en una serie de módulos. Este modelo cuantifica las pérdidas potenciales causadas por sismos como se ilustra en la figura 1.

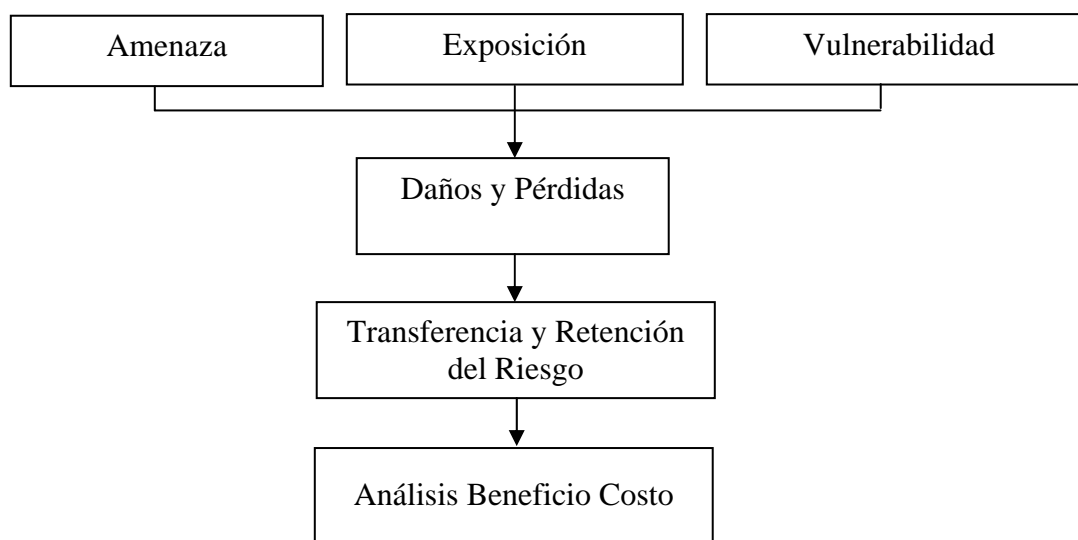


Figura 1. Modelo probabilista de riesgo sísmico

2. MÓDULO DE AMENAZA SÍSMICA

El módulo de amenaza define la frecuencia y severidad del peligro en un lugar específico. El estudio se complementa analizando las frecuencias históricas de los eventos y revisando los estudios científicos sobre severidad y frecuencia realizados en la zona de interés. Una vez que se han establecido los parámetros de la amenaza, se generan conjuntos de eventos estocásticos para definir la frecuencia y la severidad de miles de eventos estocásticos. Este módulo analiza la intensidad en un lugar una vez que ocurre un evento del conjunto estocástico, mediante la modelación de la atenuación del evento desde donde se produce hasta el sitio en consideración; y evalúa que tan propensas son las condiciones de sitio locales para la amplificación o la reducción del impacto.

La amenaza sísmica se expresa en términos de tasas de excedencia de valores dados de intensidad sísmica (a). Su cálculo considera la contribución de los efectos de todas las fuentes sísmicas localizadas en una cierta área de influencia. Una vez identificadas estas fuentes sísmicas, se asigna un modelo de ocurrencia de los sismos que se presentan en dicha zona. En el caso de Colombia todas las fuentes sísmicas son modeladas siguiendo un proceso de Poisson en donde $\lambda(M)$ representa las tasas de actividad para cada sistema de fallas. Dado que las fuentes sísmicas son volúmenes, el epicentro no sólo puede ocurrir en el centro de las fuentes, sino que también puede ocurrir, con igual probabilidad, en cualquier punto dentro del volumen correspondiente. Por lo tanto, para la simulación de los conjuntos de eventos, se definen subfuentes mediante la subdivisión de las fuentes sísmicas, dependiendo de la distancia hipocentral (R_0), en diversas formas geométricas. Para cada subdivisión se considera que la sismicidad de la fuente se encuentra concentrada en su centro de gravedad.

Adicionalmente, el modelo considera los efectos de atenuación de las ondas sísmicas mediante las leyes de atenuación probabilistas y espectrales, que incluyen diferentes tipos de fuente y los efectos locales de amplificación basados en los estudios de microzonificación e información complementaria disponible. Dado que la intensidad calculada se asume como una variable aleatoria con distribución lognormal, el valor de incertidumbre correspondiente ($\sigma_{\ln a}$) es tenido en cuenta para incluir la variabilidad asociada.

Suponiendo que la variable intensidad tiene una distribución lognormal, dada la magnitud (M) y la distancia (R_0), la probabilidad de una intensidad sísmica definida (a), $Pr(A > a | M, R_0)$ se calcula de la siguiente forma:

$$Pr(A > a | M, R_0) = \Phi \left(\frac{1}{\sigma_{\ln a}} \ln \frac{MED(A | M, R_0)}{a} \right) \quad (1)$$

Donde $\Phi(\cdot)$ es la distribución normal estándar, $MED(A | M, R_0)$ es el valor medio de la variable intensidad (dado por la ley de atenuación correspondiente) y $\sigma_{\ln a}$ la desviación estándar del logaritmo natural de la intensidad (a).

Esta metodología basada en Esteva [1970] y Ordaz [2000], genera eventos sísmicos estocásticos como ubicaciones aleatorias dentro de las fuentes sísmicas modeladas, calcula la función de densidad de probabilidad de la intensidad sísmica (a) para un lugar específico, y, si se requiere, agrega las contribuciones de todas las fuentes y magnitudes para calcular las tasas de excedencia de intensidad, como se ilustra en la figura 2.

De estas tasas de excedencia de la intensidad, es posible determinar el espectro de amenaza uniforme para un sitio específico mediante el valor calculado de la intensidad (por ejemplo, la aceleración espectral) asociado a un período de retorno definido. Por lo tanto un espectro de amenaza uniforme puede determinar al unir puntos de intensidad calculados de la figura 2 para una tasa de excedencia dada (inverso del período de retorno) para diferentes períodos estructurales (T).

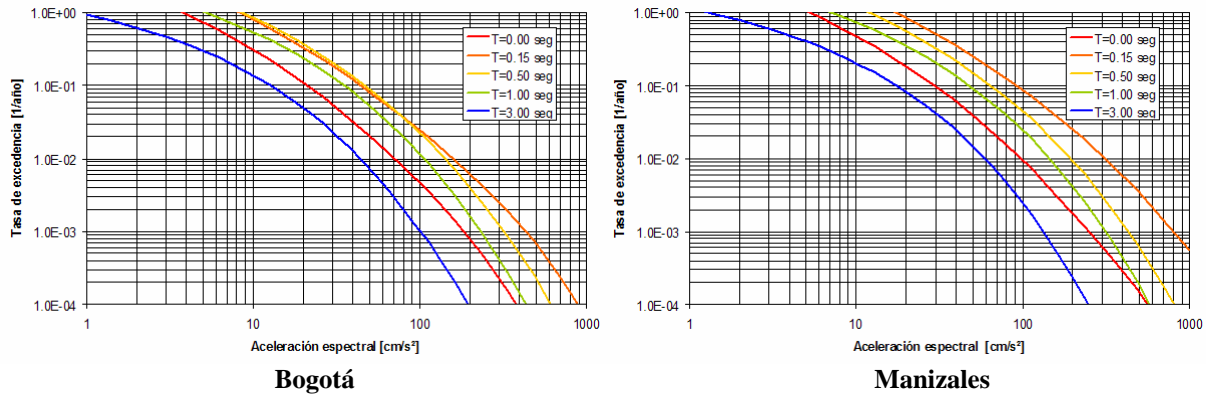


Figura 2. Tasa de excedencia en roca para diferentes periodos estructurales en dos ciudades de Colombia

Si se sigue el procedimiento descrito para diferentes sitios dentro de una ciudad y la variable de intensidad seleccionada es calculada para un período de retorno de 475 años, es posible construir mapas de la ciudad para diferentes intensidades sísmicas a nivel de suelo, como los que presenta la figura 3 para las ciudades de Bogotá y Manizales.

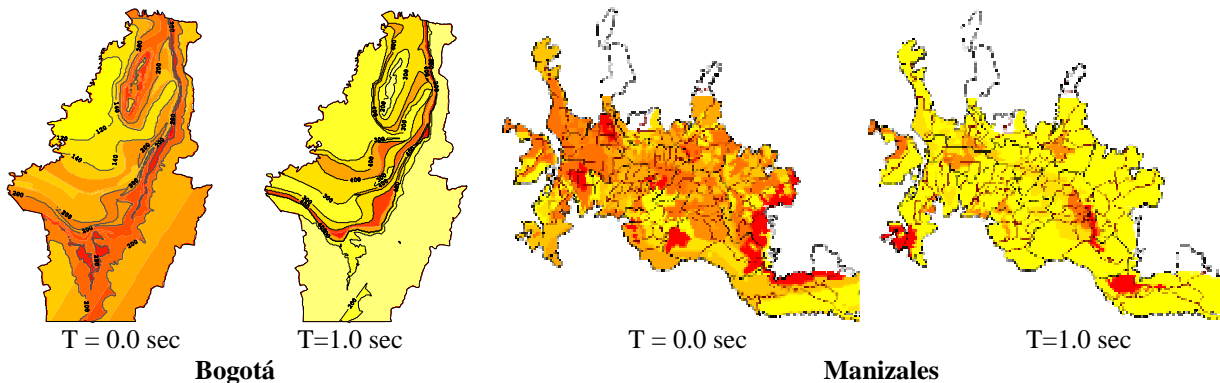


Figura 3. Mapas de microzonificación sísmica para un periodo de retorno de 475 años en dos ciudades de Colombia

3. MÓDULO DE EXPOSICIÓN

Los valores de exposición de los “activos en riesgo” se obtienen de fuentes secundarias de datos disponibles como bases de datos existentes o como el resultado de aplicar procedimientos simplificados basados en información macroeconómica y social general, como la densidad de la población, estadísticas de construcción o información más específica. Este enfoque *proxy* se utiliza cuando no se cuenta con los datos del sitio específico preferido. Con la información disponible se construye una nueva base de datos de entrada basada en un SIG para completar la información específica requerida. La tabla 1 resume la información mínima requerida por el sistema para el análisis. Adicionalmente, parámetros más detallados se pueden introducir en la base de datos para mejorar la confiabilidad general de los resultados.

Tabla 1. Información mínima requerida para el análisis

Amenaza	Exposición	Vulnerabilidad	Retención/Transferencia
Departamento	Valor en riesgo	Número de pisos	Porcentaje de retención
Municipio	Límite de exposición	Tipo de edificio	Deducible
Dirección	Edificio y contenidos	Año de construcción	Coaseguro
Coordenadas GPS	Edificio y contenidos	Año de construcción	

Subrutinas especiales permiten la visualización de la información de la base de datos y se lleva a cabo la interpretación general los índices. La figura 4 presenta ejemplos de mapas de la base de datos de Bogotá utilizados para analizar todas las construcciones de la ciudad, construyendo un modelo de más de un millón de ítems.

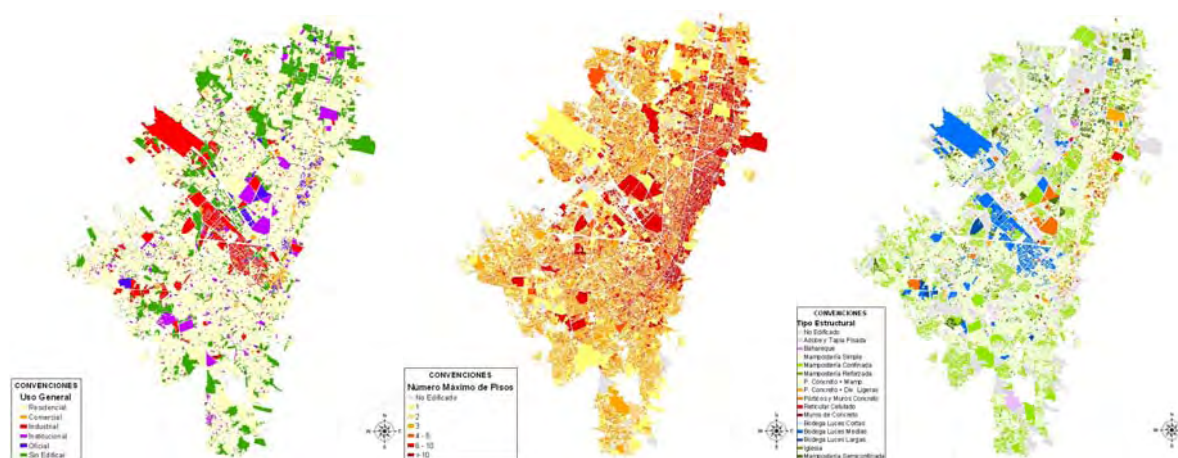


Figura 4. Mapas de distribución del uso de los edificios, el número de pisos y el tipo estructural en Bogotá

Para calcular los efectos en la población, también se utiliza información general relacionada con la ocupación de los edificios. Igualmente, se define la ocupación máxima y el porcentaje de ocupación a diferentes horas del día con el fin de obtener diferentes escenarios en el tiempo de la ocurrencia de eventos. Cuando la información específica de ocupación no esta disponible, se puede utilizar la densidad de ocupación aproximada por tipo de construcción para completar esta información. La tabla 2 presenta alguna información de referencia utilizada para la estimación general de la ocupación en ciudades intermedias colombianas.

Tabla 2. Distribución de la población de acuerdo con el uso del edificio

Uso del edificio	Total personas		Personas dentro del edificio	
	Día	Noche	Día	Noche
	[%]	[%]	[%]	[%]
Residencial	20	80	90	100
Comercial, industrial, otro	80	20	90	100
Salud	15 m ² /persona		100	100

4. MÓDULO DE VULNERABILIDAD

En la vulnerabilidad se cuantifica el daño causado en cada tipo de activo por la ocurrencia de un evento de cierta intensidad [Miranda, 1999]. La clasificación de los activos se basa en la combinación de los materiales de construcción, el tipo de edificio (es decir, la combinación de muros y cubierta), el uso del edificio, el número de pisos y la edad. La estimación del daño se mide en términos del nivel de daño medio, que es la relación entre el costo de reparación esperado y el costo de reemplazo de la estructura. Una curva de vulnerabilidad se puede obtener de relacionar el nivel daño medio y la intensidad sísmica, que puede ser expresada en términos de aceleración máxima, aceleración espectral, velocidad o desplazamiento en cada sitio. Dado un valor de intensidad sísmica, el valor esperado de daño de la estructura se calcula de la siguiente forma [Miranda, 1999; Ordaz, 2000]:

$$E(\beta | \gamma_i) = 1 - \exp \left[\ln 0.5 \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_0} \right)^\varepsilon \right] \quad (2)$$

Se pueden definir curvas de vulnerabilidad específicas para el costo de los contenidos del edificio y para la interrupción de la producción. Un total de 20 tipos de construcción han sido incluidos en el sistema, como se detalla en la tabla 3 y la figura 5. El sistema también permite el uso de modelos de vulnerabilidad específicos.

Tabla 3. Modelos estándar de vulnerabilidad utilizados en Colombia

Cálculo del daño basado en aceleración		Cálculo del daño basado en la deriva entre pisos	
Código	Descripción	Código	Descripción
1	Muros de adobe/tapia	10	Mampostería semiconfinada
2	Bahareque	11	Mampostería confinada
3	Mampostería no reforzada – sin diafragma (1 piso)	12	Mampostería reforzada
4	Mampostería no reforzada – con diafragma rígido (1 piso)	13	Losa plana / reticular celular sin vigas
5	Mampostería no reforzada (2 pisos)	14	Pórticos de concreto poco reforzados con tabiques de mampostería
6	Mampostería no reforzada (> 2 pisos)	15	Pórticos de concreto bien reforzados con tabiques de mampostería
7	Bodega de cubierta ligera y muros de mampostería no reforzada	16	Pórticos de concreto reforzado con muros de cortante
8	Estructura de madera liviana	17	Muros de cortante de concreto reforzado
9	Iglesia	18	Bodega de cubierta ligera, columnas de acero y muros de mampostería
		19	Bodega de cubierta ligera, columnas de concreto y muros de mampostería
		20	Pórticos de acero

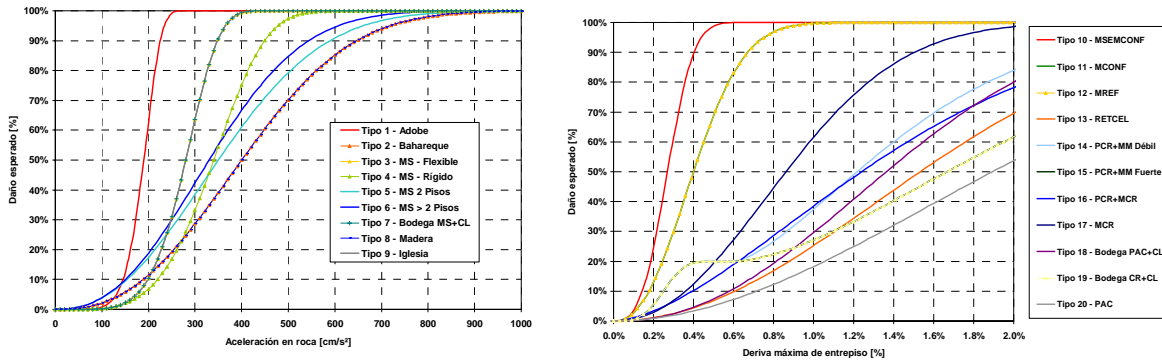


Figura 5. Modelos de vulnerabilidad utilizados para diferentes clases de construcción en Colombia

5. MÓDULO DE EVALUACIÓN DE DAÑOS Y PÉRDIDAS

Para calcular las pérdidas, la tasa del daño obtenida en el módulo de vulnerabilidad se transforma en pérdidas económicas multiplicando dicha tasa por el valor en riesgo. Este cálculo se realiza para cada tipo de activo en cada sitio. Las pérdidas pueden ser agregadas como se requiera [Ordaz et al., 1998; Ordaz, 2000; Arámbula et al., 2001]. El módulo de pérdidas estima el valor neto de las mismas teniendo en cuenta la información de aseguramiento (como el deducible, la suma asegurada). Las medidas de riesgo obtenidas por el modelo proporcionan a los gestores del riesgo y a los tomadores de decisiones información esencial requerida para manejar futuros riesgos. Una de estas medidas es la Pérdida Anual Promedio y otra es la Curva de Excedencia de Pérdidas. Otras medidas, como la Prima Pura de Riesgo y la Pérdida Máxima Probable, se pueden calcular con base en las anteriores.

Pérdida Anual Promedio. PAP es la pérdida anual esperada. Matemáticamente, la PAP es la suma de los productos de las pérdidas esperadas por evento y la probabilidad de ocurrencia anual de dicho evento para todos los eventos estocásticos considerados en los modelos de pérdida. En términos probabilistas el PAP es la esperanza matemática de la pérdida anual.

Prima Pura de Riesgo. PPR es igual a la PAP dividida por el valor de reemplazo de los activos, usualmente expresada como una tasa por millar del valor monetario.

Curva de Excedencia de Pérdida. CEP representa la frecuencia anual con el cual una pérdida de una cantidad monetaria específica puede ser excedida. Esta es la medida de riesgo catastrófico más importante para los encargados del riesgo, dado que estima la cantidad de fondos requeridos para alcanzar los objetivos de la gestión de riesgos. La CEP se puede calcular para el mayor evento en un año o para todos los eventos (en forma acumulativa) en un año. Para los propósitos de la gestión de riesgos, la última estimación es la preferida, dado que incluye la posibilidad de uno o más desastres severos como resultado

de sismos. La figura 6 presenta algunos resultados de CEP para el caso de estudio de Bogotá y Manizales (CEDERI, 2005; ERN, 2005a/b).

Pérdida Máxima Probable. (PML en inglés) representa la cantidad de pérdidas esperadas para una frecuencia anual de excedencia dada, o su inverso el periodo de retorno. Dependiendo de la tolerancia del riesgo de una organización, el gestor del riesgo puede decidir manejar las pérdidas para un cierto periodo de retorno (por ejemplo 1 en 300 años). Para esa organización, el PML es la pérdida de los 300 años. Para otros, podría ser la de 150 años o para otros la de 500 años.

Es importante señalar que es frecuente establecer un programa de insolvencia en un nivel entre uno en 150 años a uno en 200 años, que aproximadamente corresponde al nivel de solvencia requerido para el tipo de compañías BBB+ valoradas por S&P. Sin embargo, otros actores involucrados han seleccionado periodos de retorno mucho más largos, como la Comisión de Seguros y Fianzas de México, que utiliza un periodo de retorno de 1500 años para definir los márgenes de solvencia de las compañías aseguradoras de ese país..

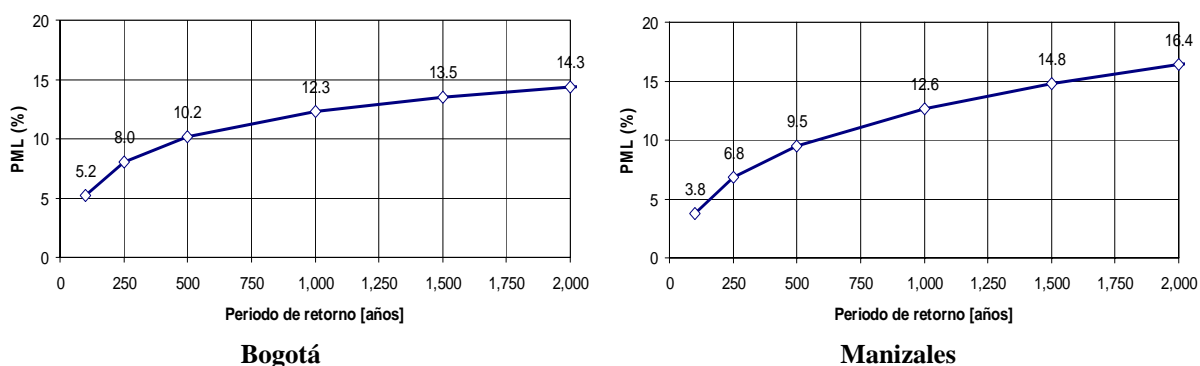


Figura 6. Resultados de las Curvas de Excedencia de Pérdida para varios períodos de retorno para edificios en dos ciudades de Colombia

6. MÓDULO DE TRANSFERENCIA Y RETENCIÓN DEL RIESGO

Los riesgos catastróficos como el riesgo sísmico significan un peligro latente de graves consecuencias no sólo para los aseguradores y reaseguradores privados sino también para los gobiernos que, a su turno, son tomadores del riesgo de lo no asegurado y lo no asegurable. Por esta razón, los modelos de riesgo sísmico desde una perspectiva financiera son herramientas poderosas para los funcionarios de gobierno de las instituciones de planeación económica. La retención y la transferencia del riesgo debe ser un proceso planificado y controlado en cierto sentido, dado que la magnitud del problema excede muy posiblemente la capacidad de respuesta gubernamental y sus capacidades financieras, especialmente en los países en desarrollo.

Al respecto, Colombia, después de una notable historia de buenas prácticas en la gestión de riesgos a nivel nacional y local, desarrolló recientemente un programa de reducción de vulnerabilidad sísmica, con el apoyo financiero del Banco Mundial. Igualmente, se ha

evaluado el Índice de Déficit por Desastre para el país con el apoyo financiero del Banco Interamericano de Desarrollo. Dos de los componentes del primer programa mencionado se enfocan en la estimación del riesgo sísmico y las subsecuentes estrategias de transferencia y retención del riesgo en las ciudades de Bogotá y Manizales. (CEDERI, 2005; ERN 2005 a/b).

Actualmente, Manizales es la única ciudad en Latinoamérica y el Caribe que cuenta con una política de aseguramiento colectivo voluntario desde 1999. Este instrumento protege no sólo las edificaciones de los propietarios no exentos del pago del impuesto predial, que están suscritos al programa, sino también las edificaciones de los exentos del pago de dicho impuesto; que corresponden a los estratos socioeconómicos más pobres (estratos 1 y 2).

Este mecanismo fue redefinido y rediseñado como resultado del proyecto del Banco Mundial antes mencionado (ERN, 2005b). Básicamente consiste en una alianza en la cual la administración de la ciudad recauda las primas a través del cobro del impuesto predial y las transfiere a una compañía aseguradora, con la cual cada ciudadano es el tomador de la póliza de sus propiedades aseguradas. Este instrumento incluye una estrategia de subsidio cruzado para cubrir el riesgo de las viviendas de las personas más pobres que, en caso de desastre, representa un pasivo contingente o un riesgo residual para el gobierno. Este nuevo instrumento denominado “Manizales Predio Seguro” se estableció en el 2006.

La figura 7 presenta los costos de la estrategia de subsidio cruzado propuesta, en términos de prima pura e incremento porcentual de la prima pura para los propietarios no exentos del impuesto predial. Este instrumento innovador ha significado que la propiedad de la gente pobre de la ciudad esté cubierta.

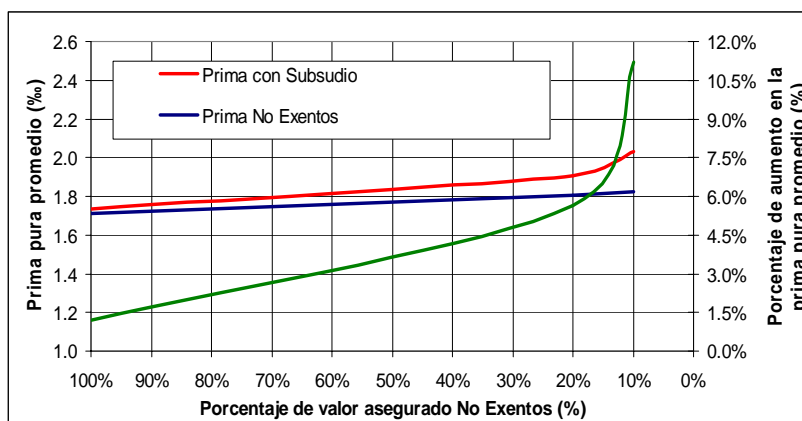


Figura 7. Resultados de la prima pura para subsidio privado cruzado en Manizales

La figura 8 muestra las estrategias de retención y transferencia propuestas para los casos de estudio de los edificios públicos de Bogotá y para el instrumento de subsidio cruzado de las construcciones privadas de Manizales al cual se ha hecho referencia.

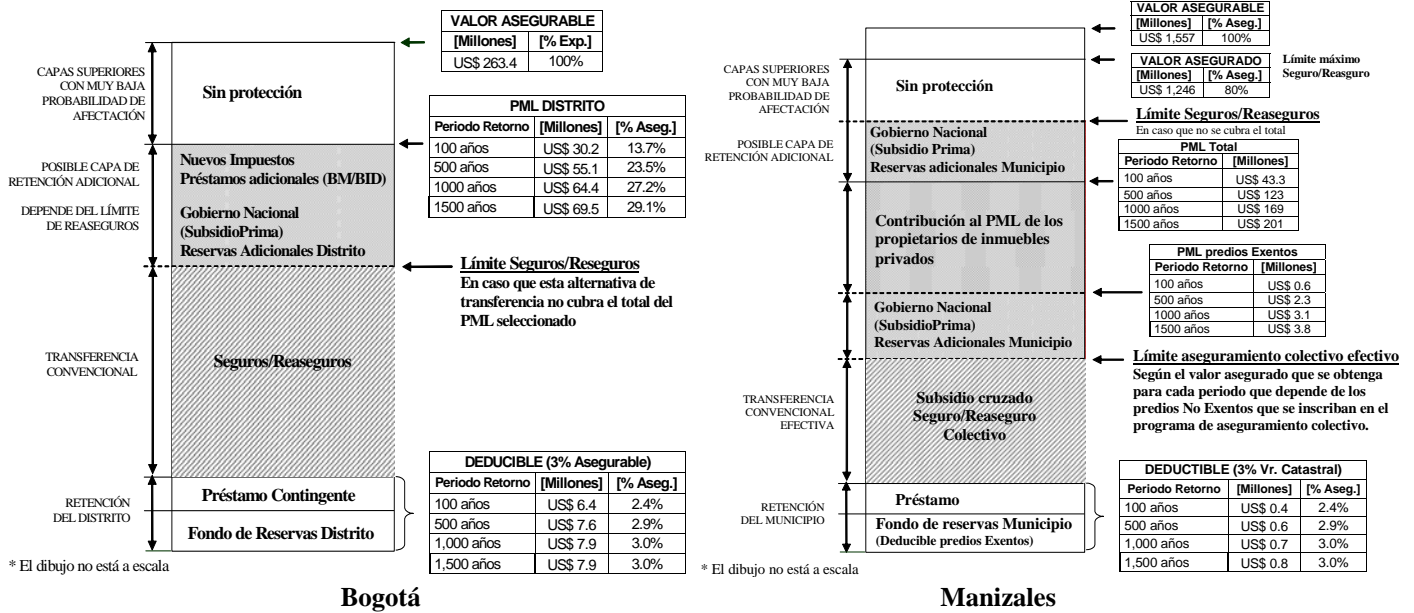


Figura 8. Estrategias de retención y transferencia para edificaciones públicas de Bogotá y edificaciones privadas de Manizales incluyendo el subsidio cruzado

7. MÓDULO DE ANÁLISIS BENEFICIO-COSTO

El análisis de beneficio-costos aplicado a los análisis de riesgo sísmico es un procedimiento sistemático que permite evaluar las decisiones relacionadas con la gestión estratégica del riesgo. El análisis de beneficio-costos se realiza dependiendo de la información disponible. Un procedimiento simplificado de cinco pasos adaptado al análisis de riesgo sísmico por Smyth et al. (2004) se describe a continuación:

Paso 1: Especificación de la naturaleza del problema. Es el análisis del status quo, es decir con el nivel de vulnerabilidad actual de las construcciones del portafolio sin realizar ninguna medida de mitigación. Corresponde usualmente al punto de referencia o línea base para ilustrar el beneficio que significa implementar las alternativas de reducción del riesgo propuestas.

Paso 2: Determinación de los costos directos de las medidas de mitigación. Para cada alternativa de mitigación, se deben especificar los costos directos de la implementación de las medidas de mitigación. Si estos costos son financiados mediante un préstamo el costo del capital también debe estar incluido. Las alternativas de mitigación deben estar definidas en términos de costos de implementación directa y de reducción de la vulnerabilidad asociada.

Paso 3: Determinación de los beneficios de las alternativas de mitigación. El modelo probabilista del riesgo se utilizó para estimar el impacto de los eventos catastróficos (por ejemplo, sismos). El status quo refleja el daño esperado de las construcciones sin mitigación. Con respecto a cada medida de mitigación, se estiman los beneficios esperados,

como la reducción del daño del edificio en caso de que se presente evento catastrófico en relación con el estatus quo. La condición de rehabilitación para el portafolio se puede definir a través de un nuevo sistema estructural menos vulnerable o a través de la modificación de algunos parámetros de calificación de los sistemas estructurales, como la fecha de construcción o si se ha hecho no la rehabilitación sísmica estructural. Igualmente, en el caso de la reducción el daño físico de edificaciones esenciales desde el punto de vista social, las obras de mitigación del riesgo tienen otros beneficios adicionales como la reducción de las pérdidas indirectas, la reducción de los costos de interrupción de los servicios (lo que es muy importante en el caso de líneas vitales) o de pérdidas complementarias, y la disminución del número de muertos o heridos a causa de un suceso. Otros beneficios están relacionados con la reducción de costos sociales por la interrupción de los servicios, muy difíciles de cuantificar pero que son notables como en el caso de los daños en hospitales, que pueden significar la pérdida de su función cuando más se les necesita.

Paso 4: Estimación del beneficio de las alternativas de mitigación. El beneficio de la mitigación se calcula a través del análisis costo-beneficio, en el cual se realiza una relación de los costos de la mitigación y los beneficios para cada parte interesada. Es necesario utilizar una tasa de descuento social para convertir tanto los beneficios futuros como los costos a un valor presente neto o a una relación costo beneficio. Una medida de mitigación desde la perspectiva económica es atractiva si su valor presente neto es positivo, o lo que es lo mismo, si la relación beneficio/costo es mayor que la unidad.

Paso 5: Selección de la mejor alternativa de mitigación. La mejor alternativa dentro de las diferentes alternativas de mitigación, mutuamente excluyentes, es la que presenta el valor presente neto más alto o la mejor relación beneficio/costo.

Dado que la secuencia exacta de los sismos, definida por sus tiempos de ocurrencia y sus intensidades, es desconocida, la relación beneficio/costo debe ser considerada como una variable aleatoria. Por lo tanto, su función de densidad de probabilidad debe ser calculada para evaluar el valor presente neto de la suma global de las probables pérdidas futuras y su variabilidad, considerando la ocurrencia aleatoria de los eventos sísmicos. Puesto que el problema es determinar una suma de valores esperados de pérdidas, es razonable en principio asumir que la función de densidad de probabilidad del valor presente neto de las pérdidas futuras (V_y) es Gaussiana, con los siguientes parámetros (ver Apéndice 1):

$$E(V_y) = E(p) \frac{V_0}{\gamma} \quad (3)$$

$$VAR(V_y) = E(p^2) \frac{V_0}{2\gamma} \quad (4)$$

donde p es la pérdida en el próximo terremoto aleatorio, v_0 es la tasa de excedencia para una pérdida $p = 0$, esto es, el número total de sismos significantes, γ es la tasa continua descontada para el flujo de caja, y $E(V_y)$ y $VAR(V_y)$ denotan el valor esperado y la varianza

de V_y respectivamente. El Apéndice 1 presenta el análisis teórico que conduce a las ecuaciones 3 y 4.

Usando simulaciones de Monte Carlo, se encontró que la suposición de una distribución normal para el valor neto de las pérdidas futuras no siempre proporciona resultados realistas. Por lo tanto análisis de simulación para cada problema específico se han desarrollado con base en el siguiente procedimiento de ocho pasos:

Paso 1. Cálculo de una curva densa de excedencia de pérdidas para el portafolio de interés considerando dos escenarios: la condición estructural actual y un escenario con los edificios reforzados. Esto es necesario para estimar los beneficios del refuerzo (reducción de la pérdida) mediante el cálculo de los valores de pérdidas para la ocurrencia aleatoria de eventos sísmicos.

Paso 2. Determinación del valor de una tasa de excedencia ν_0 . Es decir, seleccionar la frecuencia de excedencia de la pérdida igual a 0.

Paso 3. Cálculo la función de distribución acumulativa de las pérdidas durante el próximo sismo aleatorio.

Paso 4. Simulación de la ocurrencia aleatoria de eventos sísmicos en el tiempo siguiendo un proceso de Poisson.

Paso 5. Calculo de las pérdidas probables en ambos escenarios (en la condición actual y con las edificaciones reforzadas) para los eventos calculados en el paso 4.

Paso 6. Cálculo del valor presente neto de los beneficios (reducción de la pérdida debido al reforzamiento). Selección de una tasa de descuento apropiada (γ) para el flujo de caja.

Paso 7. Repetir el paso 6 para generar estadísticas suficientes para el análisis de frecuencia (5,000 simulaciones se calcularon para los ejemplos).

Paso 8. Llevar a cabo el análisis de frecuencia para las estadísticas calculadas usando rangos de conteo adecuados y construir la función de distribución acumulativa de los beneficios.

Un ejemplo de aplicación de este método se presenta para el caso de estudio de los edificios públicos por sector en Bogotá, basado en el proyecto desarrollado por el CEDERI para la ciudad de Bogotá y el Banco Mundial en 2005. La tabla 4 presenta la información relacionada con cada sector de edificios públicos analizado y los resultados de la relación beneficio/costo probabilista para las diferentes probabilidades de excedencia. La figura 9 presenta los resultados del análisis beneficio-costo probabilista basado en las simulaciones llevadas a cabo para diferentes portafolios de las propiedades de activos públicos de la ciudad de Bogotá.

Tabla 4. Información general y resultados del análisis beneficio costo probabilista para edificios públicos por sectores en Bogotá

Edificios Públicos	Edificios	Valor Edificios	Valor Refuerzo	Relación B/C probabilista	Relación B/C probabilista	Relación B/C probabilista
Sector	Número	USD millones	USD millones	Prob. Exc. 75%	Prob. Exc. 50%	Prob. Exc. 25%
Seguridad	36	60.7	10.8	1.18	1.77	2.40
Salud	63	124.1	14.3	0.77	1.05	1.43
Educación	14	3.0	0.2	0.54	0.95	1.58
Acueducto	77	48.6	37.9	0.11	0.14	0.18
Energía	55	44.1	0.6	0.01	0.02	0.03
Gas natural	2	6.5	1.2	0.15	0.29	0.52
Teléfonos	64	773.9	4.6	0.83	1.13	1.50
Transporte	35	4.6	0.4	4.05	5.08	6.25
Administración	61	86.8	12.1	0.54	0.75	1.04

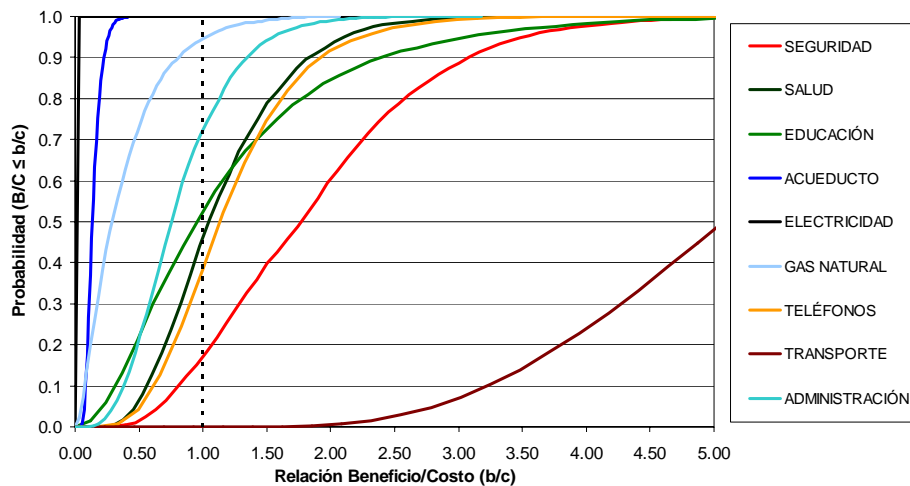


Figura 9. Relación Beneficio/Costo probabilista para edificios públicos en Bogotá

Esta metodología permite una comparación probabilista de los beneficios esperados de un plan de mitigación de riesgo sísmico orientado al refuerzo preventivo de edificios; por lo tanto este enfoque es útil para planificar una estrategia óptima de mitigación de riesgo de acuerdo con el beneficio-costo. En la figura 9, en la medida en que la probabilidad para la relación beneficio-costo mayor que uno (línea de puntos) aumenta, la estrategia de reforzamiento proporciona mayores beneficios para efectos de la reducción del riesgo.

8. REFERENCIAS

- Arámbula, S., Ordaz, M., Yamin, L.E., Cardona, O.D. (2001), Evaluación de Pérdidas por Sismo en Colombia: Aplicación a la Industria Aseguradora, *VII Seminario Internacional y Primer Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Bogotá.
- ERN-Colombia, (2005a), *Definición de la Responsabilidad del Estado, su Exposición ante Desastres Naturales y Diseño de Mecanismos para la Cobertura de los Riesgos Residuales del Estado*, Informes preparados para el Departamento Nacional de Planeación (DNP), la Agencia Colombiana Cooperación Internacional (ACCI) y el Banco Mundial, and the World Bank, Bogotá.

- ERN-Manizales, (2005b), *Diseño de Esquemas de Transferencia de Riesgo para la Protección Financiera de Edificaciones Públicas y Privadas en Manizales en el Caso de Desastres por Eventos Naturales*, Informes preparados para el DNP, ACCI y el Banco Mundial, Bogotá.
- Esteva, L. (1970), *Regionalización sísmica para fines de ingeniería*; serie azul, Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Miranda, E. (1999), Approximate seismic lateral deformation demands on multistory buildings, *Journal of Structural Engineering*, Vol 125 No 4, 417-425.
- Ordaz, M; Miranda, E; Reinoso, E and Pérez-Rocha, L.E. (1998), *Seismic Loss Estimation Model for México City*, Universidad Nacional Autónoma de México, México DF.
- Ordaz, M. (2000), *Metodología para la Evaluación del Riesgo Sísmico Enfocada a la Gerencia de Seguros por Terremoto*, Universidad Nacional Autónoma de México, México DF.
- CEDERI (2005), *Estrategia para Transferencia, Retención, Mitigación del Riesgo Sísmico en Edificaciones Indispensables y de Atención a la Comunidad del Distrito Capital*, Universidad de Los Andes. Informes preparados para el DNP, ACCI y el Banco Mundial, Bogotá.
- Rosenblueth, E., (1976) *Optimum Design for Infrequent Disturbances*, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102, No. 9, pp. 1807-1825.
- Smyth, A.W., G. Altay, G. Deodatis, M. Erdick, G. Franco, P. Gülkan, H. Kunreuther, H. Lu, E. Mete, N. Seeber, and Ö Yüzügüllü, (2004). Probabilistic Benefit-Cost Analysis for Earthquake Damage Mitigation: Evaluating Measures for Apartment Houses in Turkey, *EERI Earthquake Spectra*, 20, February, 171-203.

APÉNDICE 1

Se asume que la ocurrencia de pérdidas sigue un proceso de Poisson. La función de densidad de probabilidad de la pérdida, p , para un evento aleatorio $f(p)$ puede ser calculado de la curva de excedencia de pérdidas:

$$f(p) = -\frac{1}{v_0} \frac{\partial v(p)}{\partial p} \quad (\text{A1})$$

Donde $v_0=v(0)$ es el número total de eventos anuales (la tasa de excedencia para un valor de pérdida igual a cero). El valor esperado de la pérdida para un evento aleatorio es $E(p)$ y el valor esperado de la pérdida al cuadrado es $E(p^2)$. También, se define V_y como la suma de los valores presentes netos para todas las pérdidas futuras usando una tasa continua de descuento γ :

$$V_y = \sum_{i=1}^{\infty} p_i \exp(-\gamma \tau_i) \quad (\text{A2})$$

donde p_i es el valor –aleatorio– de la pérdida durante el i -ésimo sismo, el cual se presenta en un tiempo –aleatorio– τ_i . Ahora se procede a calcular el valor esperado y la varianza de V_y . La pérdida p_i ocurre en el tiempo τ_i , el cual es el resultado de la suma de todos los tiempos de arribo entre los sismos por encima del i -ésimo:

$$\tau_i = \sum_{j=1}^i t_j \quad (\text{A3})$$

Dado que la ocurrencia sigue un proceso de Poisson, la distribución de probabilidad para t_i es exponencial con parámetro ν_0 . Aún más, todos los t_i siguen la misma distribución de probabilidad y son independientes, por lo tanto su función de densidad de probabilidad esta dada por:

$$p(t_i) = \nu_0 \exp(-\nu_0 t_i) \quad (\text{A4})$$

Se procedió a calcular $E(Vy)$ mediante el calculo de cada uno de los términos de la suma y adicionándolos, como lo hizo previamente Rosenblueth (1976):

$$E(Vy) = \sum_{i=1}^{\infty} E[p_i \exp(-\gamma \tau_i)] \quad (\text{A5})$$

Dado que las pérdidas son independientes en el tiempo y también independientes entre ellas e igualmente distribuidas, se encontró que (según la ecuación A3):

$$E(p_i) \sum_{i=1}^{\infty} E[\exp(-\gamma \tau_i)] = E(p) \sum_{i=1}^{\infty} E\left[\exp(-\gamma \sum_{j=1}^i t_j)\right] \quad (\text{A6})$$

nótese que se ha reemplazado $E(p_i)$ con $E(p)$ dado que todos los p tienen el mismo valor esperado. En vista de la independencia entre los tiempos de inter-llegada:

$$E\left[\exp(-\gamma \sum_{j=1}^i t_j)\right] = \prod_{j=1}^i E[\exp(-\gamma t_j)] = \prod_{j=1}^i \int_{t_j=0}^{\infty} \exp(-\gamma t_j) p(t_j) dt_j \quad (\text{A7})$$

con $p(t)$ dado en la ecuación A4. En consecuencia,

$$\int_{t_j=0}^{\infty} \exp(-\gamma t_j) p(t_j) dt_j = \frac{\nu_0}{\nu_0 + \gamma} \quad (\text{A8})$$

de donde se puede encontrar que:

$$E(Vy) = E(p) \sum_{i=1}^{\infty} \prod_{j=1}^i \left(\frac{\nu_0}{\nu_0 + \gamma}\right) = E(p) \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{\nu_0}{\nu_0 + \gamma}\right)^i \quad (\text{A10})$$

la suma en la última ecuación es conocido que converge a $\nu_0/(\nu_0+\gamma)$, y por lo tanto

$$E(Vy) = E(p) \frac{\nu_0}{\gamma} \quad (\text{A11})$$

Para calcular $VAR(Vy)$ se debe primero calcular $E(Vy^2)$, es decir

$$E(Vy^2) = E\left[\left(\sum_{i=1}^{\infty} p_i \exp(-\gamma\tau_i)\right)^2\right] \quad (\text{A12})$$

La sumatoria al cuadrado en la última ecuación también se puede escribir como:

$$\left(\sum_{i=1}^{\infty} p_i \exp(-\gamma\tau_i)\right)^2 = \sum_{i=1}^{\infty} p_i^2 \exp(-2\gamma\tau_i) + 2\sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=i+1}^{\infty} p_i p_j \exp(-\gamma\tau_i) \exp(-\gamma\tau_j) \quad (\text{A13})$$

Para el primer término al lado derecho de la ecuación anterior se tiene que:

$$E\left[\sum_{i=1}^{\infty} p_i^2 \exp(-2\gamma\tau_i)\right] = E(p^2) \sum_{i=1}^{\infty} E[\exp(-2\gamma\tau_i)] \quad (\text{A14})$$

Siguiendo los argumentos similares a los dados para derivar la ecuación A8, se encuentra que

$$E\left[\sum_{i=1}^{\infty} p_i^2 \exp(-2\gamma\tau_i)\right] = E(p^2) \frac{V_0}{2\gamma} \quad (\text{A15})$$

Para doble sumatoria de la ecuación A13 se puede recordar que $\tau_i = \sum_{j=1}^{\infty} t_j$ y, dado que $j > i$,

se tiene en τ_j todos los t_i 's que están incluidos en τ_i , y algunos tiempos de inter-llegada extra. Esto es:

$$\tau_i + \tau_j = \sum_{k=1}^i t_k + \sum_{k=1}^j t_k = 2\sum_{k=1}^i t_k + \sum_{k=i+1}^j t_k \quad (\text{A16})$$

Si se procede como se ha hecho para derivar las ecuaciones previas, se encuentra que:

$$E[p_i p_j \exp(-\gamma\tau_i) \exp(-\gamma\tau_j)] = E^2(p) \left(\frac{V_0}{V_0 + 2\gamma}\right)^i \left(\frac{V_0}{V_0 + \gamma}\right)^{j-i} \quad (\text{A17})$$

En vista de esto, la sumatoria interna es conocido que converge a:

$$\sum_{j=i+1}^{\infty} E[p_i p_j \exp(-\gamma\tau_i) \exp(-\gamma\tau_j)] = E^2(p) \frac{V_0^{i+1} (V_0 + 2\gamma)^{-i}}{\gamma} \quad (\text{A18})$$

Ahora bien, la suma externa también converge:

$$\sum_{i=1}^{\infty} E^2(p) \frac{V_0^{i+1} (V_0 + 2\gamma)^{-i}}{\gamma} = E^2(p) \frac{V_0^2}{\gamma^2} \quad (\text{A19})$$

Por lo tanto, $E(Vy^2)$ se puede encontrar adicionando las ecuaciones A15 y A19:

$$E(V_y^2) = E(p^2) \frac{V_0}{2\gamma} + E^2(p) \frac{V_0^2}{\gamma^2} \quad (\text{A20})$$

Por definición $Var(V_y) = E(V_y^2) - E^2(V_y)$. Reemplazando las ecuaciones A11 y A20 en esta definición, se encuentra que:

$$VAR(V_y) = E(p^2) \frac{V_0}{2\gamma} \quad (\text{A21})$$

Nótese que el valor esperado y la varianza de V_y son los dados en las ecuaciones A11 y A21, respectivamente, sin tener en cuenta la distribución de probabilidad de V_y . Esta distribución en principio, podría ser asumida como Gaussiana, dado que V_y se forma con la suma de muchas cantidades aleatorias independientes. Sin embargo, las simulaciones han probado que, en el rango de parámetros de las aplicaciones, la suposición de normalidad de V_y no es en todos los casos una aproximación apropiada.

Nótese también, que en la ecuación A11, el término $E(p)v_0$ es exactamente la pérdida anual promedio, PAP, Por lo tanto:

$$E(V_y) = \frac{PAP}{\gamma} \quad (\text{A22})$$

También, manipulando las ecuaciones A11 y A21, y recordando que el coeficiente de variación de una variable aleatoria, $c(\cdot)$, es definido como la relación entre la desviación estándar y el valor esperado, una relación útil también puede ser encontrada:

$$c^2(V_y) = (1 + c^2(p)) \frac{\gamma}{2V_0} \quad (\text{A23})$$

donde $c(V_y)$ y $c(p)$ son, respectivamente, los coeficientes de variación de V_y y de p , la pérdida durante el próximo sismo aleatorio.